Úlohy 1. kola 55. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie B*

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

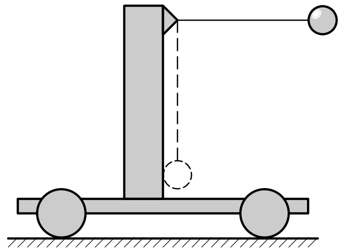
1. Kyvadlo na vozíku

Na vodorovných kolejničkách se nachází vozík o hmotnosti M. Na vozík zavěsíme kyvadlo tvořené nití zanedbatelné hmotnosti a kuličkou o hmotnosti m, a vychýlíme je o úhel 90° (obr. 1). Součet délky závěsu a poloměru kuličky je l. Po uvolnění kulička narazí dokonale nepružně do vozíku.

a) Určete změnu polohy Δx a pohybový stav vozíku po dokonale nepružném nárazu kyvadla do vozíku. Zdůvodněte.

b) Určete největší velikost V rychlosti vozíku vzhledem k zemi.

c) Určete velikost F tahové síly působící na nit bezprostředně před nárazem.



Obr. 1

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $l = 0{,}20$ m, $M = 4m$.

2. Plyn ve válci s pístem a pružinou

Ve válcové nádobě s malým otvorem v horní podstavě je volně pohyblivým pístem zanedbatelné hmotnosti uzavřen ideální dvouatomový plyn. Uvnitř nádoby nad pístem je tlačná pružina o tuhosti k. V počátečním stavu má plyn objem V_0, tlak p_0 a teplotu T_0, píst se nachází ve výšce h nad dnem nádoby, mezi horním koncem pružiny a horním víkem je též vzdálenost h (obr. 2). Nyní plyn zahřejeme tak, že se jeho objem ztrojnásobí.

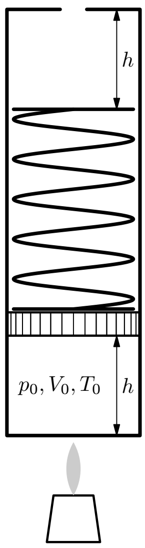
a) Určete konečný tlak p_1 a konečnou teplotu T_1.

b) Určete práci W', kterou plyn při rozpínání vykonal.

c) Určete teplo Q, které plyn přijal.

Ideální plyn s dvouatomovými molekulami má vnitřní energii $U = \frac{5}{2}nRT$.

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty
$p_0 = 1{,}00 \cdot 10^5$ Pa, $V_0 = 1{,}50 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m^3}$, $T_0 = 293$ K, $h = 0{,}120$ m, $k = 3\,000\ \mathrm{N \cdot m^{-1}}$.



Obr. 2

3. Hod míčkem

Honza se snaží přehodit míčkem zeď, která má výšku $H = 5{,}0$ m. Stojí přitom ve vzdálenosti $L = 4{,}0$ m před zdí a míček pouští ve chvíli, kdy je jeho ruka ve výšce $h = 2{,}0$ m nad zemí.

a) Jakou počáteční rychlostí $\boldsymbol{v}_0$ musí Honza hodit míček, aby přeletěl zeď, má-li její velikost v_0 být co nejmenší? Jaký musí přitom zvolit elevační úhel α_0?

b) Za jakou dobu a v jaké vzdálenosti za zdí dopadne takto vržený míček na zem?

c) Jaká bude velikost rychlosti dopadu v_1 a úhel dopadu α_1?

d) Určete polohu nejvyššího bodu trajektorie.

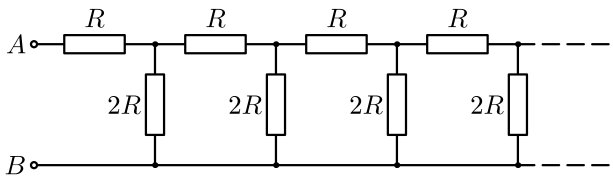
Tloušťku zdi, průměr míčku a odpor vzduchu zanedbejte.

Poznámka: Řešitelům doporučujeme studijní text *Vrhy* (knihovnička FO č. 56).

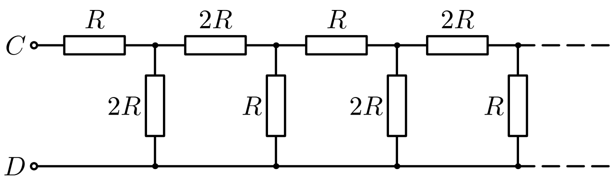
4. Nekonečné sítě

Vypočtěte elektrické odpory R_{AB}, R_{CD} nekonečných sítí znázorněných

a) na obr. 3, b) na obr. 4.



Obr. 3



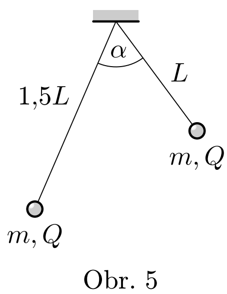
Obr. 4

5. Nabité kuličky

Dvě stejné kuličky zanedbatelných rozměrů, každá o hmotnosti $m = 0{,}10$ g, jsou zavěšeny v témže bodě na tenkých nevodivých vláknech různých délek a nabity stejným nábojem Q. Jedno vlákno má délku $L = 10$ cm, druhé délku $1{,}5L$ a navzájem svírají úhel $\alpha = 60°$ (obr. 5). Určete:

a) velikost náboje kuliček,

b) velikosti sil, které napínají vlákna.



Obr. 5

6. *Praktická úloha:* **Voltampérová charakteristika žárovky**

Úkoly:

a) Proměřte pečlivě voltampérovou charakteristiku žárovky na malé napětí, tj. závislost $I = I(U)$ a ověřte, že splňuje tzv. „třípětinový zákon“

$$I \approx C \cdot U^{\frac{3}{5}}, \tag{1}$$

kde C je konstanta dané žárovky. Ověření proveďte programem Excel 1) lineární regresí, 2) mocninnou regresí naměřených hodnot.

b) Odvoďte vztah (1) z poznatků, že odpor R wolframového vlákna je přibližně přímo úměrný jeho termodynamické teplotě T a zářivý tok (zářivý výkon) žárovky Φ je podle Stefanova-Boltzmannova zákona přímo úměrný čtvrté mocnině termodynamické teploty vlákna. Platí tedy

$$R = AT, \quad \Phi = BT^4,$$

kde A a B jsou pro danou žárovku konstanty.

Pomůcky: žárovka na malé napětí (např. 6 V/0,2 A; 24 V/0,1 A apod.), napájecí zdroj, reostat, voltmetr, ampérmetr, spojovací vodiče

Poznámky ke zpracování výsledků měření programem Excel:

1) Pro použití *lineární regrese* linearizujeme mocninnou závislost $I = CU^n$ přechodem k číselným hodnotám a logaritmováním, čímž dojdeme ke vztahu

$$\log\{I\} = \log\{C\} + n\log\{U\}.$$

Tabulku naměřených hodnot proudu a napětí doplníme o sloupce logaritmů:

$\dfrac{U}{\mathrm{V}}$	$\dfrac{I}{\mathrm{mA}}$	$\log\{U\}$	$\log\{I\}$

Kurzorem označíme sloupce s hodnotami $\log\{U\}$ a $\log\{I\}$ a z nabídky *Graf* zvolíme typ grafu *XY bodový*, podtyp *bodový* (tj. bez spojnic datových bodů), čímž se zobrazí soustava izolovaných bodů. Po kliknutí pravým tlačítkem myši na libovolný z nich z nabídky zvolíme *Přidat spojnici trendu* a vybereme *Typ trendu a regrese lineární*. Tím se zobrazí přímka, která proloží zobrazené body v grafu. Zobrazíme též *Rovnici regrese* a *Hodnotu spolehlivosti*. Rovnice získané přímky se zobrazí ve tvaru $y = kx + q$, kde k je hledaný exponent ve vztahu (1). Číselnou hodnotu konstanty C dané žárovky určíme jako 10^q. Hodnota *koeficientu determinace* R^2 dává informaci o tom, do jaké míry skutečný průběh vyšetřované závislosti odpovídá hypotéze. Pokud se blíží k jedné, můžeme hypotézu považovat za potvrzenou.

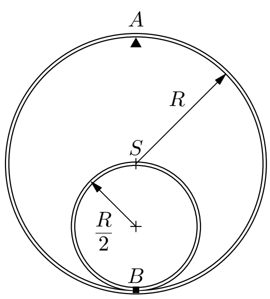
2) Pohodlněji zpracujeme naměřené hodnoty, jestliže použijeme první dva sloupce tabulky a zvolíme *Typ trendu a regrese mocninný*. Jinak postupujeme stejně jako při lineární regresi. Rovnice regrese bude mít tvar $y = Cx^n$, který odpovídá ověřovanému vztahu (1) a grafem je odpovídající křivka. Koeficient determinace vyjde stejný jako při lineární regresi.

7. Kmitání spojených obručí

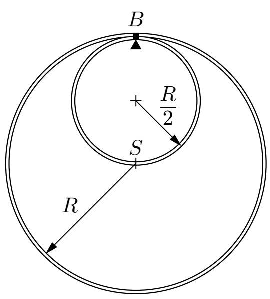
Uvnitř tenké kovové obruče o hmotnosti M a o poloměru R je v bodě B pevně připojena obruč s poloměrem $R/2$ o stejném obdélníkovém průřezu a ze stejného materiálu (obr. 6).

a) Spojené obruče podepřeme v bodě A a mírně rozkmitáme (obr. 6).
b) Spojené obruče podepřeme v bodě B a mírně rozkmitáme (obr. 7).
c) Spojené obruče postavíme bodem B na vodorovnou podložku a mírně vychýlíme (obr. 8).

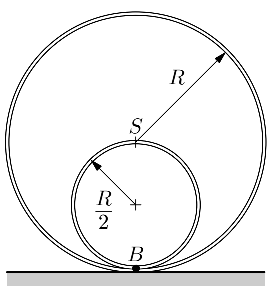
Jaké budou doby kmitu v jednotlivých případech? Řešte nejprve obecně, pak pro hodnotu $R = 30$ cm.



Obr. 6



Obr. 7



Obr. 8